

Równania różniczkowe zwyczajne pierwszego rzędu (TYPY)

1. Równania o zmiennej rozdzielnej.

$$\frac{dy}{dx} g(y) - f(x) = 0 \quad \frac{dy}{dx} = \frac{f(x)}{g(y)}$$

2. Równania różniczkowe postaci:

$$\frac{dy}{dx} = f(ax+by+c) \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

Sprowadzamy do równania o zmiennej rozdzielnej
podstawiając $u = ax+by+c$

3. Równanie jednorodne względem zmiennych x i y

$$\frac{dy}{dx} = f\left(\frac{y}{x}\right)$$

Podstawiając $z = \frac{y}{x}$ otrzymujemy równanie o zm. rozd.

$$\frac{dz}{z-f(z)} = x dx$$

4. Równanie różniczkowe zupełne:

$$P(x,y) + Q(x,y) \cdot \frac{dy}{dx} = 0 \quad \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$$

Całka ogólna $F(x,y) = C, C \in \mathbb{R}$

$$F(x) = \int_{x_0}^x P(x,y) dx + \int_{y_0}^y Q(x,y) dy$$

5. Równanie różniczkowe liniowe

$$\frac{dy}{dx} + P(x) \cdot y = Q(x)$$

Całka ogólna ma postać $y = e^{-\int P(x) dx} \left[\int Q(x) \cdot e^{\int P(x) dx} dx + C \right]$

Metody:
- uśrednianie stałej w rozdz. n-ym jednorodn.
- reguła całkowej

6. Równanie różniczkowe Bernoulliego

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \cdot y^n$$

Podstawiając $u = y^{1-n}$ otrzymujemy równanie liniowe

$$\frac{1}{1-n} \cdot \frac{du}{dx} + P(x)u = Q(x)$$